מטלה 2 באלגוריתמים כלכליים- נטע רוט

שאלה 5 סעיף א- הפרכה באמצעות דוגמה נגדית:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | פלדה | נפט | עצים |
| עמי | 1 | 1 | 1 |
| תמי | 19 | 91 | 19 |

*ולכן*

*ולכן עבור עמי זו לא חלוקה פורפורציונלית.*

שאלה 5 ניתוח דוגמה:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | פלדה | נפט | עצים |
| עמי | 1 | 19 | 80 |
| תמי | 20 | 1 | 79 |

שאלה 5 סעיף ב- הוכחה:

*נניח בשלילה שהחלוקה שהוצעה (נקרא לה חלוקה A) אינה יעילה פארטו, לכן קיימת חלוקה B שהיא שיפור פארטו שלה.*

*בחלוקה B לכל השחקנים יש ערך לפחות כמו בחלוקה A ולחלק מהשחקנים יש ערך גבוה יותר בה"כ לעמי. ולכן:*

*כאשר היא הפרוסה שקיבל משתתף בחלוקה A  
ו היא הפרוסה שקיבל משתתף בחלוקה B*

*עבור חלוקה A נפרק את הפרוסה שלו לפי המשאבים ולכן*

*הסבר: כדי לדעת את ערך הפרוסה שמשתתף קיבל (לדוגמה עמי) נסכום את כל החלקים שקיבל מכל משאב, מכל משאב הוא קיבל את החלק הכחול לפי ההגדרה של החלוקה כפול הערך שהוא מייחס לאותו המשאב. אפשר לראות את זה יותר ברור בדוגמה למעלה.*

*עבור חלוקה B נפרק את הפרוסה שלו לפי המשאבים ולכן*

*כאשר הוא הערך שהחלוקה A נתנה למשתתף ה עבור המשאב*

*ו הוא הערך שהחלוקה B נתנה למשתתף ה עבור המשאב*

*לכן סה"כ:*

*לכן יש משאב (בה"כ יחיד) כלשהו שעבורו: (במילים- יש משאב בו החלוקה B נתנה יותר ממנו לעמי מאשר החלוקה A), ולכן אותו המשאב נלקח ממשתתף כלשהו בה"כ נלקח מתמי. נשים ♥ שהערך שתמי נתנה ל חייב להיות חיובי אחרת לא הייתה מקבלת כלל מ בחלוקה A (ואז חלוקה B לא היתה יכולה לקחת ממנה את המשאב).*

*עבור אותו משאב נתבונן בחלוקה שA נתנה לתמי לעומת החלוקה שB נתנה לתמי:*

*כלומר בחלוקה B תמי קיבלה פחות מ מאשר שקיבלה בחלוקה A ולכן הערך הכולל של הפרוסה שלה בחלוקה B היה נמוך מהערך הכולל של הפרוסה שלה בחלוקה A בסתירה לכך שB היא שיפור פארטו של חלוקה A.*